ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

NGUYỄN THỊ HỒNG PHƯƠNG

PHƯƠNG PHÁP XẤP XỈ GẮN KẾT LAI GHÉP CHO BÀI TOÁN XÁC ĐỊNH KHÔNG ĐIỂM CỦA TOÁN TỬ J-ĐƠN ĐIỆU

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

THÁI NGUYÊN - 2016

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

---------- ----------

NGUYỄN THỊ HỒNG PHƯƠNG

PHƯƠNG PHÁP XẤP XỈ GẮN KẾT LAI GHÉP CHO BÀI TOÁN XÁC ĐỊNH KHÔNG ĐIỂM CỦA TOÁN TỬ *J*-ĐƠN ĐIỆU

Chuyên ngành: Toán ứng dụng
Mã số: 60 46 01 12

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC:
TS. Trương Minh Tuyên

THÁI NGUYÊN - 2016

Lời cảm ơn

Tôi xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc đến TS. Trương Minh Tuyên, người đã tận tình hướng dẫn, giúp đỡ tôi trong suốt quá trình học tập nghiên cứu để hoàn thành luận văn.

Tôi xin chân thành cảm ơn Ban Giám Hiệu, các thầy, cô giáo trong khoa Toán - Tin trường, Đại học Khoa học- Đại học Thái Nguyên đã tận tình giúp đỡ tôi trong suốt quá trình học tập và nghiên cứu tại Trường.

Tôi xin chân thành cảm ơn Sở Giáo dục và Đào tạo tỉnh Thái Nguyên, lãnh đạo trường Trung học phổ thông Gang Thép, cũng như toàn thể các đồng nghiệp, đã quan tâm và tạo điều kiện thuận lợi cho tôi thực hiện đúng kế hoạch học tập và nghiên cứu.

Mục lục

Một số ký hiệu và viết tắt

E	không gian Banach
E^*	không gian đối ngẫu của E
$\mathbb{R}$	tập hợp các số thực
$\mathbb{R}^+$	tập các số thực không âm
$\inf M$	cận dưới đúng của tập hợp số M
$\sup M$	cận trên đúng của tập hợp số M
$D(A)$	miền xác định của toán tử A
$R(A)$	miền ảnh của toán tử A
I	toán tử đồng nhất
$\limsup\limits_{n\to\infty} x_n$	giới hạn trên của dãy số $\{x_n\}$
$x_n \longrightarrow x_0$	dãy $\{x_n\}$ hội tụ mạnh về x_0
$x_n \rightharpoonup x_0$	dãy $\{x_n\}$ hội tụ yếu về x_0
J	ánh xạ đối ngẫu chuẩn tắc
j	ánh xạ đối ngẫu chuẩn tắc đơn trị
$\rho_E(\tau)$	mô đun trơn của không gian Banach E
$Fix(T)$ hoặc $F(T)$	tập điểm bất động của ánh xạ T
∂f	dưới vi phân của hàm lồi f
$\overline{M}$	bao đóng của tập hợp M
$o(t)$	vô cùng bé bậc cao hơn t

Mở đầu

Cho H là một không gian Hilbert, bài toán xác định không điểm của lớp toán tử đơn điệu A với tập xác định $D(A) \subseteq H$ có vai trò quan trọng trong lĩnh vực giải tích phi tuyến và lĩnh vực tối ưu hóa. Chẳng hạn, nếu $f: H \longrightarrow R \cup \{+\infty\}$ là một hàm lồi, chính thường, nửa liên tục dưới thì toán tử dưới vi phân $\partial f: H \longrightarrow 2^H$ xác định bởi $\partial f(x_0) = \{u \in H: f(x) - f(x_0) \geq \langle u, x - x_0 \rangle, \forall x \in H\}$ là một toán tử đơn điệu cực đại [16]. Ta biết rằng điểm $\overline{x} \in H$ làm cực tiểu phiếm hàm lồi f khi và chỉ khi $\theta \in \partial f(\overline{x})$. Như vậy, bài toán cực tiểu hóa phiếm hàm lồi f ở trên tương đương với bài toán xác định không điểm của toán tử đơn điệu cực đại ∂f. Bài toán này đã được nghiên cứu và mở rộng cho các bài toán tìm không điểm của toán tử đơn điệu hay toán tử j-đơn điệu trong không gian Banach.

Ta biết rằng, nếu $T: D(T) \subseteq E \longrightarrow 2^E$ là một ánh xạ không giãn, thì $A = I - T$ là một toán tử j-đơn điệu, ở đây I là toán tử đồng nhất trên E. Do đó, bài toán tìm điểm bất động của ánh xạ không giãn T có thể đưa về bài toán xác định không điểm của toán tử j-đơn điệu $A = I - T$. Ngược lại, nếu A là một toán tử j-đơn điệu thỏa mãn điều kiện miền, tức là $\overline{D(A)} \subset \cap_{\lambda>0} R(I + \lambda A)$, thì bài toán xác định không điểm của A tương đương với bài toán tìm điểm bất động của toán tử giải $J_r = (I + rA)^{-1}$ với mỗi $r > 0$. Do đó, vấn đề nghiên cứu và tìm các phương pháp tìm không điểm của một toán tử kiểu đơn điệu mang nhiều ý nghĩa quan trọng và thu hút sự quan tâm của đông đảo người làm toán trong và ngoài nước.

Mục đích của luận văn này là trình bày lại một cách có hệ thống kết quả của Ceng L.C., Ansari Q. H. và Yao J. C. trong tài liệu [6] về phương pháp xấp xỉ gắn kết lai ghép với phương pháp đường dốc nhất cho bài toán xác định không điểm của một toán tử m-j-đơn điệu trong không gian Banach.

Luận văn được chia làm hai chương chính:

Chương 1. Một số kiến thức chuẩn bị

Trong chương này, chúng tôi đề cập đến khái niệm không gian Banach trơn, ánh xạ đối ngẫu chuẩn tắc, toán tử j-đơn điệu; giới hạn Banach; phương pháp xấp xỉ gắn kết và phương pháp đường dốc nhất. Ngoài ra chương này còn trình bày về phương pháp điểm gần kề và một số cải tiến của nó cho bài toán xác định không điểm của toán tử kiểu đơn điệu.

Chương 2. Phương pháp xấp xỉ gắn kết lai ghép

Chương này, chúng tôi trình bày lại các kết quả của Ceng L.C., Ansari Q. H. và Yao J. C. trong tài liệu [6] về phương pháp xấp xỉ gắn kết lai ghép với phương pháp đường dốc nhất cho bài toán xác định không điểm của một toán tử m-j-đơn điệu trong không gian Banach. Ngoài ra, chúng tôi cũng xây dựng một ví dụ số và chạy thử nghiệm trên phần mềm MATLAB nhằm minh họa thêm cho các phương pháp.

Chương 1

Kiến thức chuẩn bị

Chương này gồm 5 mục. Mục 1.1 giới thiệu về không gian Banach trơn đều và toán tử j-đơn điệu. Mục 1.2 trình bày về giới hạn Banach và một số tính chất quan trọng nhằm phục vụ trình bày các nội dung của chương 2. Mục 1.3 giới thiệu sơ lược về phương pháp xấp xỉ gắn kết và phương pháp đường dốc nhất cho bài toán tìm điểm bất động của ánh xạ không giãn. Mục 1.4 đề cập đến phương pháp điểm gần kề cho bài toán xác định không điểm của toán tử đơn điệu và một số cải tiến của nó. Mục 1.5 trình bày một số bổ đề bổ trợ cần sử dụng trong chứng minh các định lý ở chương sau của luận văn.

1.1. Một số vấn đề về không gian Banach trơn và toán tử j-đơn điệu

1.1.1. Không gian Banach trơn

Trước hết, trong mục này chúng tôi nhắc lại khái niệm không gian Banach phản xạ.

Định nghĩa 1.1. Một không gian Banach E được gọi là không gian phản xạ, nếu với mọi phần tử x^{**} của không gian liên hợp thứ hai E^{**} của E, đều tồn tại phần tử x thuộc E sao cho

$$\langle x, x^* \rangle = \langle x^*, x^{**} \rangle \text{ với mọi } x^* \in E.$$

Chú ý 1.1. Trong luận văn, chúng tôi sử dụng ký hiệu $\langle x, x^* \rangle$ để chỉ giá trị của phiếm hàm $x^* \in E^*$ tại $x \in E$.

Mệnh đề 1.1. [1] *Cho E là một không gian Banach. Khi đó, các khẳng định sau là tương đương:*

i) *E là không gian phản xạ.*

ii) *Mọi dãy bị chặn trong E, đều có một dãy con hội tụ yếu.*

Mệnh đề dưới đây cho ta mối liên hệ giữa tập đóng và tập đóng yếu trong không gian tuyến tính định chuẩn.

Mệnh đề 1.2. *Nếu C là tập con lồi, đóng và khác rỗng của không gian không gian tuyến tính định chuẩn X, thì C là tập đóng yếu.*

Chứng minh. Ta chứng minh bằng phản chứng. Giả sử tồn tại dãy $\{x_n\} \subset C$ sao cho $x_n \rightharpoonup x$, nhưng $x \notin C$. Theo định lý tách các tập lồi, tồn tại $x^* \in X^*$ tách ngặt x và C, tức là tồn tại $\varepsilon > 0$ sao cho

$$\langle y, x^* \rangle \leq \langle x, x^* \rangle - \varepsilon,$$

với mọi $y \in C$. Đặc biệt, ta có

$$\langle x_n, x^* \rangle \leq \langle x, x^* \rangle - \varepsilon,$$

với mọi $n \geq 1$. Ngoài ra, vì $x_n \rightharpoonup x$, nên $\langle x_n, x^* \rangle \to \langle x, x^* \rangle$. Do đó, trong bất đẳng thức trên, cho $n \to \infty$, ta nhận được

$$\langle x, x^* \rangle \leq \langle x, x^* \rangle - \varepsilon,$$

điều này là vô lý. Do đó, điều giả sử là sai, hay C là tập đóng yếu.
Mệnh đề được chứng minh. □

Chú ý 1.2. Nếu C là tập đóng yếu, thì hiển nhiên C là tập đóng.

Mệnh đề dưới đây cho ta một điều kiện về sự tồn tại điểm cực tiểu của một phiếm hàm lồi, chính thường, nửa liên tục dưới trong không gian Banach phản xạ.